

WYMAGANIA EDUKACYJNE

MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

TECHNIKUM

Dla uczniów szkół ponadpodstawowych

rok szkolny 2024/2025

Zespół Szkół Nr 1

Olkusz, ul. Górnicza 12

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje liczby podzielne np. przez 2, 3, 4, 5, 9, 10
<ul style="list-style-type: none"> • podaje dzielniki danej liczby naturalnej
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami wymiernymi
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe

• wykonuje proste działania w zbiorach liczb wymiernych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• włącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia (proste przypadki)
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• oblicza wartość potęgi o wykładniku wymiernym w prostych przypadkach
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• szacuje wartości liczb niewymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie w prostych przypadkach
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• oblicza logarytm liczby
• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• porównuje liczby niewymierne
• podaje przykład liczby niewymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
• zamienia ułamki np. $0,(2)$; $0,(02)$ na ułamki zwykłe
• wykonuje działania łączne w zbiorach liczb rzeczywistych
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{5}$
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w prostych przypadkach
• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi w prostych przypadkach
• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
<ul style="list-style-type: none"> • konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{15}$
<ul style="list-style-type: none"> • wyciąga czynnik przed pierwiastek dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje działania na pierwiastkach do obliczania pól czworokątów
<ul style="list-style-type: none"> • usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozcięciu dziesiętnym okresowym danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody twierdzeń o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciami: zbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
<ul style="list-style-type: none"> • wymienia elementy danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciem iloczynu, sumy zbiorów
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza iloczyn, sumę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność

• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do usunięcia niewymierności z mianownika ułamka, gdy w jego mianowniku jest liczba postaci $a\sqrt{b}$
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x = a$, $ x < a$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• posługuje się pojęciem podzbiór
• opisuje symbolicznie dane zbiory w prostych przypadkach
• podaje przykłady elementów nie należących do danego zbioru
• wyznacza różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza ją na osi liczbowej
• rozwiązuje nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania równań i nierówności
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $ x - 3 = 3$, $ x + 4 \leq 1$

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach $a + b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną, w tym stosuje własność $\sqrt{x^2} = x $
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej

<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeni algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> opisuje przedziały liczbowe za pomocą wartości bezwzględnej
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu $2x - 3 = 5, 3x + 1 > 7, \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 2$
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
<ul style="list-style-type: none"> dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształceń wyrażeni algebraicznych, nierówności i własności wartości bezwzględnej

3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy równań metodą podstawiania, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje układ oznaczony, nieoznaczony oraz sprzeczny

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy równań metodą podstawiania
<ul style="list-style-type: none"> określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników
<ul style="list-style-type: none"> określa, czy dany układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
<ul style="list-style-type: none"> stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe

<ul style="list-style-type: none"> • dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
<ul style="list-style-type: none"> • dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w zależności od wartości parametrów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje układy równań do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym układy równań z trzema niewiadomymi
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

4. FUNKCJE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
<ul style="list-style-type: none"> • określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
<ul style="list-style-type: none"> • poprawnie stosuje pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie, czy punktu o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
<ul style="list-style-type: none"> • sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie oraz nieujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje wykres funkcji danej wzorem
• oblicza współrzędne wektora
• sporządza wykresy funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• uzasadnia, dobierając odpowiednio argumenty, że funkcja nie jest monotoniczna
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) < m$, $f(x) > m$, $f(x) \leq m$, $f(x) \geq m$ dla ustalonej wartości m
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor w prostych przypadkach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia monotoniczność funkcji opisanej nieskomplikowanym wzorem na podstawie definicji

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje proste równoległe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
<ul style="list-style-type: none"> oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli dane są współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> oblicza argument, dla którego funkcja liniowa przyjmuje daną wartość
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
<ul style="list-style-type: none"> przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje proste prostopadłe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą graficzną
<ul style="list-style-type: none"> określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> opisuje równaniem wielkości wprost proporcjonalne

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe
• analizuje własności funkcji liniowej

Poziom(D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są prostopadłe
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• stosuje warunek równoległości, prostopadłości prostych w dowodach własności figur
• rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
• udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

6. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków wielokątów podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem przystawania trójkątów
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia, korzystając z przystawania trójkątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o mierze kąta zewnętrznego trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia korzystając z podobieństwa trójkątów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur

7. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji kwadratowej danej wzorem w postaci kanonicznej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza algebraicznie współrzędne punktu przecięcia paraboli z osią OY
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje, gdy $a=1$
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje uporządkowane nierówności kwadratowe

Poziom(P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu, gdy $a=1$
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania kwadratowe stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osią OX
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówności kwadratowe

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe stosując własności funkcji kwadratowej

Poziom(D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza dziedzinę funkcji, w której pod pierwiastkiem występuje trójmian kwadratowy
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

8. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
<ul style="list-style-type: none">wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
<ul style="list-style-type: none">przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje nierówności kwadratowe
<ul style="list-style-type: none">zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje równanie dwukwadratowe
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego
<ul style="list-style-type: none">stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania dwukwadratowe
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
<ul style="list-style-type: none">stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none">układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
<ul style="list-style-type: none">wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzory Viète'a

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem |
|---|

9. WIELOMIANY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
<ul style="list-style-type: none">zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
<ul style="list-style-type: none">wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
<ul style="list-style-type: none">określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt
<ul style="list-style-type: none">rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje proste równania wielomianowe
<ul style="list-style-type: none">wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
<ul style="list-style-type: none">zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
<ul style="list-style-type: none">sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
<ul style="list-style-type: none">sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
<ul style="list-style-type: none">określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none">wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none">znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
<ul style="list-style-type: none">podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
<ul style="list-style-type: none">sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
<ul style="list-style-type: none">wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
<ul style="list-style-type: none">opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
--

• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych wielomianu w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

10. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje algebraicznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
<ul style="list-style-type: none"> mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

11. TRYGNOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
<ul style="list-style-type: none"> • podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
<ul style="list-style-type: none">wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none">stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none">oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
<ul style="list-style-type: none">stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none">przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia niektóre własności czworokątów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia związki miarowe w czworokątach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

12. PLANIMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
<ul style="list-style-type: none">oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza pole koła i pole wycinka koła
<ul style="list-style-type: none">oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu

• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie w złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt w złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie w złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt w złożonych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

13. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza logarytm danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach

<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

14. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza kąt w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
<ul style="list-style-type: none"> • zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
<ul style="list-style-type: none"> • określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: -90°, 315°, 1080°
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji okresowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia tożsamości trygonometryczne – w trudniejszych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza zbiór wartości funkcji złożonej
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań trygonometrycznych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności

15. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
<ul style="list-style-type: none">podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej
<ul style="list-style-type: none">wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wykonuje działania na wektorach
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
<ul style="list-style-type: none">podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
<ul style="list-style-type: none">sprawdza, czy wektory są równoległe
<ul style="list-style-type: none">stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
<ul style="list-style-type: none">stosuje działania na wektorach do podziału odcinka

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none">stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
<ul style="list-style-type: none">wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
<ul style="list-style-type: none">określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
<ul style="list-style-type: none">stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

16. CIĄGI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
<ul style="list-style-type: none">wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

17. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
<ul style="list-style-type: none">stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
<ul style="list-style-type: none">podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
<ul style="list-style-type: none">wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
<ul style="list-style-type: none">wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
<ul style="list-style-type: none">wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią Ox – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

18. STATYSTYKA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób
<ul style="list-style-type: none">stosuje w zadaniach średnią ważoną

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--