

**WYMAGANIA EDUKACYJNE**

**MATEMATYKA**

**POZIOM PODSTAWOWY**

**TECHNIKUM**

**Dla uczniów szkół ponadpodstawowych**

**rok szkolny 2024/2025**

**Zespół Szkół Nr 1  
Olkusz, ul. Górnicza 12**

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu podstawowego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających, pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

## 1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje liczby podzielne np. przez 2, 3, 4, 5, 9, 10</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby naturalne w postaci iloczynu liczb pierwszych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami wymiernymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje proste działania w zbiorach liczb wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyłącza czynnik przed pierwiastek kwadratowego; włącza czynnik pod pierwiastek kwadratowego (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku całkowitym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza logarytm liczby w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza NWD i NWW</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby niewymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przykład liczby niewymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia ułamki np. <math>0,(2)</math>; <math>0,(02)</math> na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania łączne w zbiorach liczb rzeczywistych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. <math>\sqrt{5}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zmniejsza i zwiększa liczbę oddany procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci <math>a \cdot k + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)</li> </ul>

• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozcięciu dziesiętnym okresowym danej liczby w prostych przypadkach
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed pierwiastek dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{15}$
• stosuje działania na pierwiastkach do obliczania pól czworokątów
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczeń
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia (trudniejsze przypadki)
• wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozcięciu dziesiętnym okresowym danej liczby
• przeprowadza dowody twierdzeń o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
---

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• wymienia elementy danego zbioru
• posługuje się pojęciami iloczynu i sumy zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza iloczyn i sumę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej w prostych przypadkach
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• posługuje się pojęciem podzbioru
• opisuje symbolicznie dane zbiory w prostych przypadkach
• posługuje się pojęciem różnicy zbiorów
• wyznacza różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza ją na osi liczbowej
• rozwiązuje nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do usunięcia niewymierności z mianownika ułamka, gdy w jego mianowniku jest liczba postaci $a\sqrt{b}$
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x  = a,  x  < a$

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną, w tym stosuje własność $\sqrt{x^2} =  x $
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań typu $ x + a  = b$ ,
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza dopełnienie zbioru
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności w trudniejszych przypadkach
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w trudniejszych przypadkach
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną w trudniejszych przypadkach

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażen algebraicznych i własności wartości bezwzględnej</li></ul> |
|---|

## 3. UKŁADY RÓWNAŃ

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań metodą podstawiania, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozpoznaje układ oznaczony, nieoznaczony oraz sprzeczny</li></ul>

### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań metodą podstawiania</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa, czy dany układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li></ul>

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje układy równań do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li></ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym układy równań z trzema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych</li></ul>

## 4. FUNKCJE

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami w prostych przypadkach
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
• poprawnie stosuje pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji w prostych przypadkach
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument, którego funkcja przyjmuje daną wartość
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych danych wykresów
• oblicza wartość funkcji dla podanych argumentów na podstawie wzoru funkcji w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osią $OY$
• rozpoznaje wśród podanych wykresów funkcji, wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ , $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p) + q$ , gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne

### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• stosuje pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne oraz niedodatnie, nieujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
• sprawdza algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osią $OX$ (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ , $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p) + q$ , na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby
• uzasadnia, dobierając odpowiednio argumenty, że funkcja nie jest monotoniczna

<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania <math>f(x) = m</math> dla ustalonej wartości <math>m</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: <math>f(x) &lt; m, f(x) &gt; m, f(x) \leq m, f(x) \geq m</math> dla ustalonej wartości <math>m</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu <math>f(x) = g(x), f(x) &lt; g(x), f(x) &gt; g(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia monotoniczność na podstawie definicji funkcji opisanej nieskomplikowanym wzorem</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji</li> </ul>
---

## 5. FUNKCJA LINIOWA

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli dane są współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej, gdy współrzędne tych punktów są liczbami wymiernymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje proste równoległe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza argument, dla którego funkcja liniowa przyjmuje daną wartość</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza algebraicznie zbiór argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie, ujemne oraz niedodatnie, nieujemne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje proste prostopadłe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań metodą graficzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje równaniem wielkości wprost proporcjonalne</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>analizuje własności funkcji liniowej</li> </ul>

#### Poziom(D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje warunek równoległości, prostopadłości prostych w dowodach własności figur geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>analizuje własności funkcji liniowej w zależności od wartości współczynników występujących w jej wzorze</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej</li> </ul>

## 6. PLANIMETRIA

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dane figury są podobne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje podobieństwo wielokątów do obliczania długości boków</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia, korzystając z przystawiania trójkątów</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o mierze kąta zewnętrznego trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia, że dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia, korzystając z podobieństwa trójkątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur</li> </ul>

## 7. FUNKCJA KWADRATOWA

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = ax^2</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji kwadratowej <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej</li> </ul>

• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli);
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka
• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach
• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika $a$ i wyróżnika $\Delta$
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne innego punktu jej wykresu
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
• przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
--

<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>

## 8. WIELOMIANY

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia dla wielomianów stopnia drugiego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równanie wielomianowe</li> </ul>

### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki w prostych przypadkach</li> </ul>

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki w złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki w złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów</li> </ul>
---

## 9. FUNKCJE WYMIERNE

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, wzdłuż osi <math>OX</math> albo wzdłuż osi <math>OY</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych prostych zadań tekstowych</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, wzdłuż osi <math>OX</math> albo wzdłuż osi <math>OY</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w przypadkach złożonych i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci <math> x - a  = b</math></li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>,</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wymierne w prostszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>, i wyznacza równania jej asymptot</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

## 10. TRYGNOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w złożonych przypadkach
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ , $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ , $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $\alpha$ i $90^\circ - \alpha$
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
uzasadnia związki miarowe w czworokątach
dowodzi prawdziwość wzoru $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

### 11. PLANIMETRIA

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania złożonych zadań
• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie o podwyższonym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt o podwyższonym stopniu trudności
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym o podwyższonym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
• przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

## 12. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych i podaje jej własności

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarymicznej i określa jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarymicznej wzdłuż osi układu współrzędnych</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji logarymicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarymicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarymicznej – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje z wykresu funkcji logarymicznej zbiór rozwiązań nierówności</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarymicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarymicznej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarymicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach</li> </ul>

### 13. GEOMETRIA ANALITYCZNA

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość punktów w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu w prostych przypadkach
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu w trudniejszych przypadkach

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
---

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje w zadaniach równanie okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w trudniejszych przypadkach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej – o znacznym stopniu trudności
--

### 14. CIĄGI

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny

• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dotateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
--

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul>
---

## 15. STATYSTYKA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami</li> </ul>

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje w zadaniach średnią ważoną</li> </ul>

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami</li> </ul>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki</li> </ul>
--

## 16. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa</li> </ul>

## 17. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa – w złożonych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w trudnych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach</li> </ul>

## 18. BRYŁY OBROTOWE

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
--

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

- |  |
|--|
| wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa brył podobnych podczas rozwiązywania złożonych zadań |
|--|

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- |   |
|---|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych         |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych |

### 19. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- |   |
|---|
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb                            |
| • uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach |

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

- |   |
|---|
| • przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich                 |

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- |  |
|--|
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych  |
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną) |

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

- |  |
|--|
| • stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach |
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich       |
| • przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach                   |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- |   |
|---|
| • przeprowadza dowody wymagające wiedzy opisanej na poziomie (W) z innych działów |
|---|